

# 多參考站 GPS 動態定位演算法之研究

朱康文<sup>1</sup> 吳 究<sup>2</sup> 謝吉修<sup>3</sup>

## 摘 要

中長距離 GPS 定位存在與距離相關的各種誤差，如大氣折射，這些誤差使單時刻相位模稜解算成功率降低，進而影響定位精度。使用多參考站可以模式化參考站與使用者間與距離相關的各種誤差，期望可以增加使用者的移動距離或提升定位精度。本研究目的在利用已知坐標，找出參考站間的相對對流層天頂向延遲(Relative Tropospheric Zenith Delay, RTZD)，並提供移動站內插改正數，以得到更精確的定位結果。主要工作分為三個階段：(1)使用虛擬 RTZD 觀測方程式，計算參考站間的 RTZD；(2)根據參考站數目，選擇適當的改正函數；(3)動態定位。本研究方法僅需使用一至三時刻觀測量即可成功獲得定位整數解，可降低周波脫落或資料中斷影響。實驗結果指出，若能正確求得參考站間 RTZD，並使用適當的內插模式，則可改善定位精度。

關鍵詞：多參考站、GPS 動態定位、對流層天頂向延遲

## 1. 前言

GPS(Global positioning system)已廣泛應用於測量及導航定位，近年來，使用者對於 GPS 即時動態(Peak-Time Kinematic, RTK)定位的需求漸增，常見的單基線 RTK 已發展相當成功，但是在動態定位時，由於觀測量驟減，一旦移動距離增加，即受大氣折射的影響，造成相位模稜解算失敗，無法得到精確的定位解，移動站始終被限制在參考站附近數公里內。

大氣效應影響的主要因素為電離層與對流層路徑延遲，將電離層視為附加參數的方式，與其他未知參數一併求解的方法經過實驗證實，對於長距離基線有顯著的幫助(Goad and Yang, 1997)。對流層影響一般採用模式估計，利用溫度、溼度、氣壓，配合適當的氣象模式，但是往往沒辦法完全估計，當基線距離增加，這些殘餘的對流層影響仍會在求解相位模稜時造成錯誤，降低定位精度。

以多參考站取代傳統單參考站的 RTK 定位，希望可以增加使用者的移動距離及獲得較高精度的坐標成果。使用多參考站的好處之一，即提高 RTK 服務的可靠度及可行性，因為當有參考站失去作用時，尚有其他參考站可供使用(Hu et al., 2003)。另一最重要的關鍵，參考站擁有精確的坐標，可產生與距離相關的各種偏差改正，如大氣延遲誤差及軌道誤差，經由模式化後可提供使用者適當的改正值，以支持中長距離的相位定位(Dai et al., 2003)。

改正值的正確與否會影響使用者端的定位精度，為了提供正確的改正值給使用者，多參考站各基線間的整數相位模稜(Phase ambiguity)必須正確的決定，但是隨著參考站間距離的增加，大氣折射效應造成即時相位模稜不易求定。本文針對中長距離的多參考站定位提出即時相位模稜解算的方法，估計該時刻大氣延遲量，本方法使用少觀測量，所以較不受周波脫落(Cycle slips)及資料中斷的影響。相位模稜固定後利用線性內插求得使用者端的改正值，以改善定位精度。

<sup>1</sup> 國立中央大學土木工程學系空間資訊組碩士

<sup>2</sup> 國立中央大學太空及遙測研究中心暨土木工程學系教授

<sup>3</sup> 國立中央大學土木工程學系空間資訊組博士生候選人



## 2. 研究方法

### 2.1 參數估計函數模式

二次差分(Double difference)觀測方程式為目前最廣泛應用的差分方式,其定義為:兩接收儀  $i$ 、 $j$ , 於同一觀測時刻,對兩顆衛星  $g$ 、 $h$  分別組成的一次差分觀測方程式之差。其好處在於可消除衛星與接收儀的時鐘差,而應用在短基線觀測時,電離層與對流層誤差經過差分後,幾乎削減至可忽略。二次差分觀測方程式如下所示:

$$\Phi_{ij}^{gh} = \lambda(\varphi_i^g - \varphi_j^g - \varphi_i^h + \varphi_j^h) = R_{ij}^{gh} + T_{ij}^{gh} - I_{ij}^{gh} - \lambda N_{ij}^{gh} + v_{\Phi_{ij}^{gh}} \quad (1)$$

$$\rho_{ij}^{gh} = \rho_i^g - \rho_j^g - \rho_i^h + \rho_j^h = R_{ij}^{gh} + T_{ij}^{gh} + I_{ij}^{gh} + v_{\rho_{ij}^{gh}} \quad (2)$$

上式中,下標  $i$ 、 $j$  為同一時刻兩不同接收儀,上標  $g$ 、 $h$  為兩不同衛星,其中之一為參考衛星; $\lambda$  為載波相位波長; $N_{ij}^{gh}$  表示二次差分相位模稜; $\Phi_{ij}^{gh}$ 、 $\rho_{ij}^{gh}$  分別為二次差分載波相位及虛擬距離觀測量(m); $T_{ij}^{gh}$ 、 $I_{ij}^{gh}$  分別代表二次差分對流層、電離層路徑延遲; $v_{\Phi_{ij}^{gh}}$ 、 $v_{\rho_{ij}^{gh}}$  為載波相位與虛擬距離二次差分觀測量殘差。

高精度 GPS 定位技術皆以載波相位觀測為研究對象,因其相較於電碼觀測量來說,L1 波長約 19 cm, L 波長約 24 cm,觀測量的量測精度遠較電碼的量測精度為佳。在使用 GPS 衛星雙頻資料進行相對定位中,有時會因為某些目的而將雙頻觀測量再次進行線性組合,產生新的觀測方程式,以利求解。線性組合後載波相位觀測方程式可寫成 (Leick, 2004):

$$\Phi_{ij\ m,n}^{gh} = \lambda_{m,n} \varphi_{ij\ m,n}^{gh} = R_{ij}^{gh} + \lambda_{m,n} N_{ij\ m,n}^{gh} + I_{ij\ m,n}^{gh} + T_{ij}^{gh} + v_{\Phi_{ij\ m,n}^{gh}} \quad (3)$$

其中, $m$ 、 $n$  為線性組合係數; $\lambda_{m,n}$  為經過線性組合後之波長:

$$\lambda_{m,n} = \frac{c}{mf_1 + nf_2} \quad (4)$$

$N_{ij\ m,n}^{gh} = mN_{ij}^{gh} + nN_{2ij}^{gh}$ ;  $I_{ij\ m,n}^{gh}$  為線性組合後以公

尺(m)為單位之電離層影響量:

$$\frac{I_{ij\ m,n}^{gh}}{I_{ij}^{gh}} = \frac{f_1}{f_2} \left( \frac{mf_2 + nf_1}{mf_1 + nf_2} \right)$$

(5)

上式中, $f_1$ 、 $f_2$  為載波相位 L1、L2 頻率(Hz)。根據式(1)、(2)、(3),本研究首先採用一般稱作寬巷(Wide-lane),即  $m = 1$ ,  $n = -1$  的線性組合觀測式,此線性組合模式可產生一波長較長,且維持相位模稜為整數的周波,與 L1, P1, P2 的二次差分觀測量一併求解參考站間的寬巷相位模稜  $N_{wv}^{gh}$  與 L1 相位模稜  $N_{l1}^{gh}$ ,此時由於參考站站標已知,對相位觀測而言,未知數僅剩電離層、對流層路徑延遲  $I_{ij}^{gh}$ 、 $T_{ij}^{gh}$ ,與相位模稜參數。因為電離層與對流層為兩高相關參數,若同時求解將無法分離,固此時對流層延遲忽略不計,電離層路徑延遲則以參數估計的方式一併納入解算。又,電離層與相位模稜同樣為兩高相關參數,所以此處增列一電離層虛擬觀測方程式,作用在吸收電離層誤差,以利相位模稜搜尋(Goad and Yang, 1997):

$$m = (I_{l1}^{gh})_0 + \varepsilon_m \quad (6)$$

上式中, $m$  為電離層虛擬觀測量(m),初始值為 0,

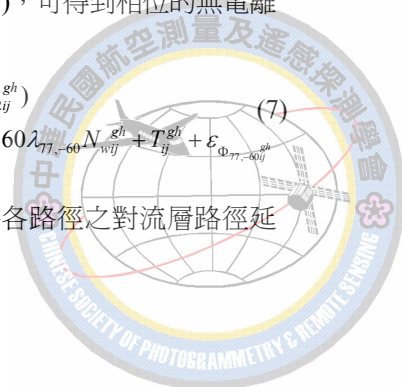
初始方差為  $\sigma_m^2 = (\frac{1}{2} \sigma_\infty^2)(1 - e^{-2d/D})$ 。

待相位模稜求定後,利用無電離層線性組合,重新求解  $N_{l1}^{gh}$ ,此時則將  $N_{wv}^{gh}$  當做已知值。此步驟目的在於希望可以修正前次求解 L1 相位模稜時,因為忽略對流層延遲,所造成的整數偏移。

所謂無電離層線性組合,乃因為兩不同頻率間的電離層路徑延遲存在以下關係: $I_{1,\varphi} / I_{2,\varphi} = f_2 / f_1$ ,而為了保持線性組合後之相位模稜的整數特性,利用 GPS L1, L2 頻率符合  $f_1 / f_2 = 77 / -60$  的比例關係,所以此處相位的線性組合係數為  $m = 77$ ,  $n = -60$ 。將係數代入式(3),可得到相位的無電離層觀測方程式:

$$\Phi_{77,-60ij}^{gh} = \lambda_{77,-60} (77\varphi_{1ij}^{gh} - 60\varphi_{2ij}^{gh}) = R_{ij}^{gh} + 17\lambda_{77,-60} N_{l1ij}^{gh} + 60\lambda_{77,-60} N_{wv}^{gh} + T_{ij}^{gh} + \varepsilon_{\Phi_{77,-60ij}^{gh}} \quad (7)$$

再利用適當之映射函數將各路徑之對流層路徑延



遲  $T_{ij}^{gh}$  映射至天頂方向(黃昭明, 2001)：

$$MF = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{1}{\cos \theta_j^h} - \frac{1}{\cos \theta_j^g} \right) + \left( \frac{1}{\cos \theta_i^h} - \frac{1}{\cos \theta_i^g} \right) \right] \quad (8)$$

其中,  $\theta_i^g$  為衛星  $g$  相對於接收儀  $i$  的天頂距。利用式(8), 可將式(7)中的  $T_{ij}^{gh}$  項改寫成：

$$T_{ij}^{gh} = MF \times z \quad (9)$$

上式(9)中,  $z$  即為待求之相對對流層天頂向延遲。此時因相位模稜參數與對流層參數間的高相關, 所以將電離層虛擬觀測方程式之概念套用至此, 附加一 RTZD 虛擬觀測方程式:  $z' = z + \varepsilon_z$ 。虛擬觀測量  $z'$  之初始值設為 0 (m), 方差因為無法得知有效的計算公式, 所以由人工給予固定初始方差為  $0.05 \text{ m}^2$ , 此時會應用到下節所敘述之方差分量估計(Variance components estimation)方法, 於計算中隨時調整方差。

## 2.2 參數估計隨機模式

未知參數的最或是值由函數模式及隨機模式兩者共同決定, 不適當的隨機模式會讓成果產生系統性的偏移(Crocetto et al., 2000), 這對於高精密的定位結果有很大的影響, 尤其是在結合不同種類觀測資料進行平差時, 先驗方差資訊往往不足。本研究使用最佳線性無偏估計式(Best Linear Unbiased Estimation, BLUE), 藉由觀測量殘差, 調整觀測量協方差矩陣, 使之較接近真實狀況。參數估計採用最小二乘混合平差模式(Leick, 2004)來估算未知參數與觀測量殘差。將觀測方程式線性化並用矩陣型式表示, 可寫成下式：

$$\mathbf{B}\mathbf{v} + \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{l}, \sigma_0^2 \mathbf{Q} = \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 \mathbf{C}_i \quad (10)$$

式(10)中,  $\mathbf{B}$  為線性組合矩陣;  $\mathbf{v}$  表示觀測量殘差向量;  $\mathbf{A}$  代表設計矩陣;  $\mathbf{x}$  為待求的參數改正量;  $\mathbf{l}$  為參數近似值及觀測數據所組成的約化觀測量向量;  $\sigma_0^2$  為先驗單位權方差;  $\mathbf{Q}$  表示原始觀測量之協因數矩陣; 於此  $\sigma_0^2 \mathbf{Q}$  表示正定的原始觀測量協方差矩陣。假設將原始觀測量分成  $m$  群, 其

中各群方差分量為  $\sigma_i^2$ 。相對稱的陪伴(Accompanying)矩陣維度  $n \times n$  以  $\mathbf{C}_i$  表示( $n$  為觀測量數目)。當原始觀測量方差與協方差之給定適宜時, 將促成  $\sigma_0^2 \approx 1$ ; 即式(10)的隨機模式可簡約成：

$$\mathbf{Q} = \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 \mathbf{C}_i \quad (11)$$

根據最小二乘平差原理與誤差傳播定律, 可得未知參數之最佳解。於估計方差分量之前, 各方差分量  $\sigma_i^2$  皆是未知的。陪伴矩陣  $\mathbf{C}_i$  是可派定的, 附帶近似的  $\sigma_i^2$ , 能先得正定  $\mathbf{Q}$  矩陣之近似, 以啟動迭代演算。每回所計算的新方差分量  $\sigma_i^2$  皆併入  $\mathbf{C}_i$  內, 做下一回協方差矩陣  $\mathbf{Q}$  之用。當方差分量估計式接續演算得  $\sigma_i^2 \approx 1, i \in \{1, \dots, m\}$  時, 即視迭代演算達收斂。將迭代過程中每一分量累乘的貢獻復原, 即得各  $\sigma_i^2$  估計量方差分量估計式為(Wu and Yeh, 2005)：

$$\sigma_i^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{C}_i \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{v}}{\text{tr}(\mathbf{B} \mathbf{C}_i \mathbf{B}^T \mathbf{Q}_k)} \quad (12)$$

上式中  $i \in \{1, \dots, m\}$ 。GPS 衛星定位時, 備有雙頻電碼與載波相位, 即有四類觀測量, 固原則上採用四個( $m=4$ )方差尺度, 但是因為大氣效應與相位模稜間相關, 造成求解不易, 需附加虛擬觀測方程式以吸收誤差, 本研究實際上採用三個方差尺度, 根據雙頻載波相位、雙頻電碼、虛擬觀測量, 將觀測量分成三群, 並給定適當的陪伴矩陣  $\mathbf{C}_i$ 。

## 2.3 相位模稜整數搜尋與判別檢定

本文結合上述兩節之基本方法, 配合白化濾波相位模稜整數搜尋技術。因為 GPS 定位時各參數間的高相關現象會影響相位模稜整數搜尋時的效率與正確性, 白化濾波乃是利用矩陣的非正交變換以達到空間投影的一種數學變換, 將相位模稜的搜尋轉換到一低相關的參數域, 可減少待試誤的整數候選點。



整數搜尋過程中如何判定候選整數是否正確，必須仰賴統計檢定方法，本研究採用費雪檢定來檢驗相位模稜搜尋時張開之試誤點中，最小及次最小殘差二次形是否可判別其明顯不同。在數學統計中，費雪檢定指兩個互相獨立之卡方分配隨機變數，分別除以個別自由度，所得的兩個獨立變數比值所構成的測試變量，表示如下：

$$F(d_1, d_2, \alpha/2) < \frac{\chi_1^2/d_1}{\chi_2^2/d_2} < F(d_1, d_2, 1-\alpha/2) \quad (13)$$

其中， $\alpha$  為顯著水準； $\chi_1^2$ 、 $\chi_2^2$  表示兩個獨立殘差二次形； $d_1$ 、 $d_2$  分別為兩獨立殘差二次形之自由度，於相位模稜搜尋試誤過程中，兩個獨立殘差二次形擁有相同的自由度。

## 2.4 多參考站動態定位演算法

使用多參考站進行 GPS 動態定位最重要的好處就是可以提供使用者各種誤差改正項，而這些待

改正的誤差往往跟基線長度有關，最常見的為電離層與對流層路徑延遲，因目前使用電離層虛擬觀測方程式在中長距離基線定位上已有明顯助益，固本研究針對對流層路徑延遲提出一套多參考站動態定位演算法，利用參考站可靠坐標，結合以上所敘述之方法，求解參考站間的相對對流層天頂向延遲(Relative Tropospheric Zenith Delay, RTZD)，再利用適當的內插模式，內插移動站的改正數，以提升定位精度。完整動態定位流程見圖 1。

首先利用各參考站已知坐標，求解多參考站環境內各獨立基線的 RTZD。由於參考站間距離較長，受大氣影響較大，解算時需考慮電離層與對流層路徑延遲，解算分成兩階段，第一階段忽略對流層延遲，電離層延遲採參數估計方式；第二階段則利用無電離層線性組合消除電離層延遲，估計對流層延遲，使用映射函數 (Mapping function) 將各路徑對流層延遲映射至天頂方向，僅求解兩站間的 RTZD，解算流程如圖 2。

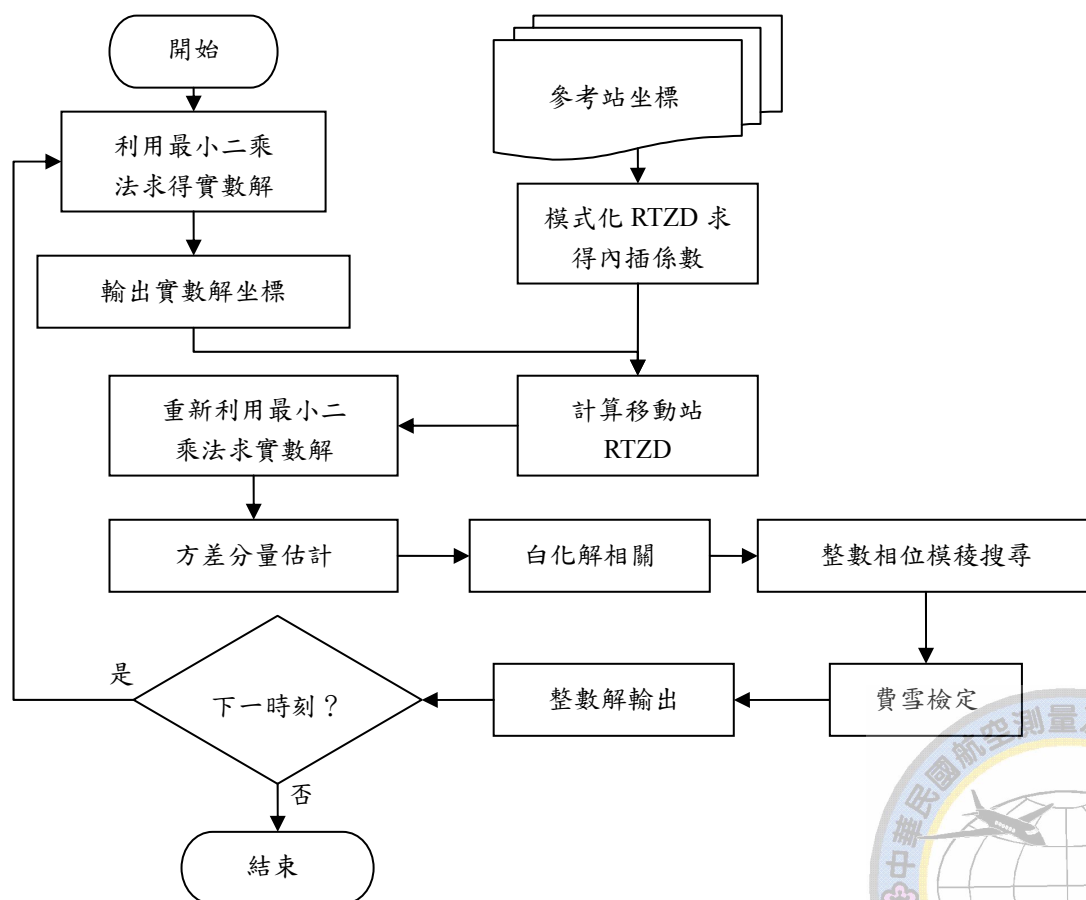


圖 1 動態定位流程圖

當各參考基線的 RTZD 皆已求出，利用一簡單的線性模式，建立 RTZD 改正面(Dai et al., 2003)：

$$\begin{bmatrix} z_{12} \\ z_{13} \\ \vdots \\ z_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta E_{12} & \Delta N_{12} & 1 \\ \Delta E_{13} & \Delta N_{13} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta E_{1n} & \Delta N_{1n} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{13} \\ \vdots \\ v_{1n} \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中，下標 1,2,3, ..., n 代表參考站數目， $n \geq 4$ ； $\Delta E$ ， $\Delta N$  分別表示兩兩參考站間 TWD97(Taiwan Datum 97, 1997 台灣大地基準面)坐標系之東西向、南北向坐標差。經由式(14)即可求得每一時刻之 RTZD 內插係數  $a, b, c$ ，對移動站而言，只要有近似坐標，即可利用下式求出所在基線之 RTZD，

$$z_{iu} = a\Delta E_{iu} + b\Delta N_{iu} + c \quad (15)$$

上式中， $z_{iu}$  為內插所得移動基線 RTZD； $\Delta E_{iu}$ 、 $\Delta N_{iu}$ 、 $\Delta N_{iu}$  為使用者近似坐標與參考站坐標間的差。定位過程中，以實數解得到之坐標為近似坐標，內插得 RTZD 後，利用前述式(8)的映射函數，將 RTZD 根據各衛星天頂距映射到各個路徑上改正，進行動態定位求解。

### 3. 實驗成果與分析

實驗計算數個參考站內獨立基線的 RTZD 內插改正值至模擬的移動站，分別對不同基線長的移動站觀察定位結果。所有實驗採靜態接收動態解算，每一計算所得資料點，都僅使用二至三個時刻觀測量進行計算。已有各站準確坐標作為真值，分別以傳統單基線相對定位方式 (Single Baseline, 以下

簡稱 SBL) 及多參考站模式，及本研究方法 (Multiple Reference Stations, 以下簡稱 MRS)，與真值比較坐標的誤差，藉此分析定位精度。精度分析用平均值、標準差、均方根誤差(Root mean square error) 三種指標(以下表格分別用 Mean, Sigma, RMSE 代替)；標準差表示數據資料間離散的程度，用以評量實驗的精密度(precision)，即多次計算間的一致性；均方根誤差為計算誤差的均方根，可用做評斷實驗結果的精確度(accuracy)，反映計算結果與真值接近的程度。

#### 3.1 基線 CSRF\_NTPU

首先使用短距離基線進行初步驗證。觀測時間為 2006 年 3 月 13 日地方時間 21:03 至 21:13，共使用四個參考站，分別為：CSRF(主參考站)、SPP0、SINP、NTOU，移動站為 NTPU，其空間分佈見圖 3，各站使用儀器分列於表 1。時間內觀測衛星約 7~8 顆。取樣頻率 1 Hz，最低觀測仰角 15.0°。各基線長度列於表 2。

圖 4 至圖 6 為參考站間 RTZD 求解成果，理論上取樣間隔時間短，單時刻 RTZD 前後變化量應該不大，根據本研究方法得到之 RTZD 大致符合，因計算所得之 RTZD 是經過二次差分的，所以數值極小。由圖可見，仍有部分時段的 RTZD 出現跳動情形，尤其以基線 CSRF\_SPP0 較為明顯，且變化較大，可能是因為該條基線距離較長，相位模稜求解並不如其他基線穩定，抑或是觀測量雜訊所致。圖 7 為內插所得基線 CSRF 至 NTPU 之 RTZD。

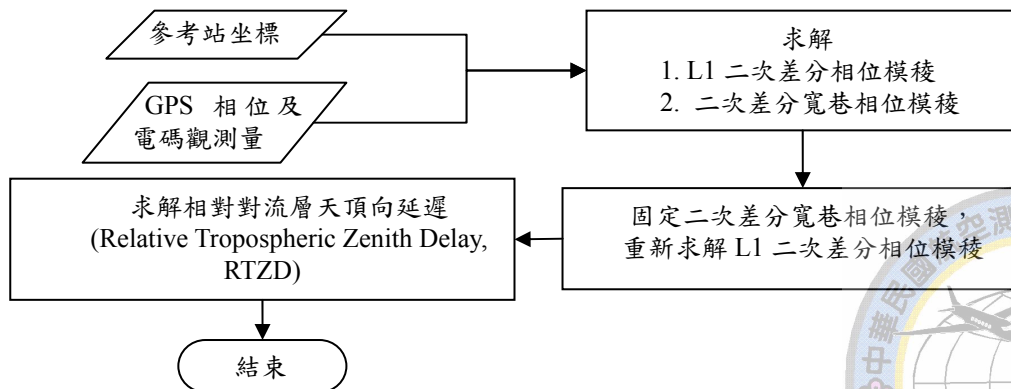


圖 2 參考站間 RTZD 求解流程

表 1 測站儀器設備

	位置	接收儀	天線
CSRF	新店	LEICA SR530	LEIAT504
NTOU	基隆	LEICA SR530	LEIAT504
NTPU	台北	LEICA SR530	LEIAT504
SINP	淡水	LEICA SR530	LEIAT502
SPP0	中壢	LEICA SR530	LEIAT502

表 2 各基線長度

	CSRF_NTOU	CSRF_SINP	CSRF_SPP0	CSRF_NTPU
基線長度 (km)	29.1	29.2	36.9	8.8

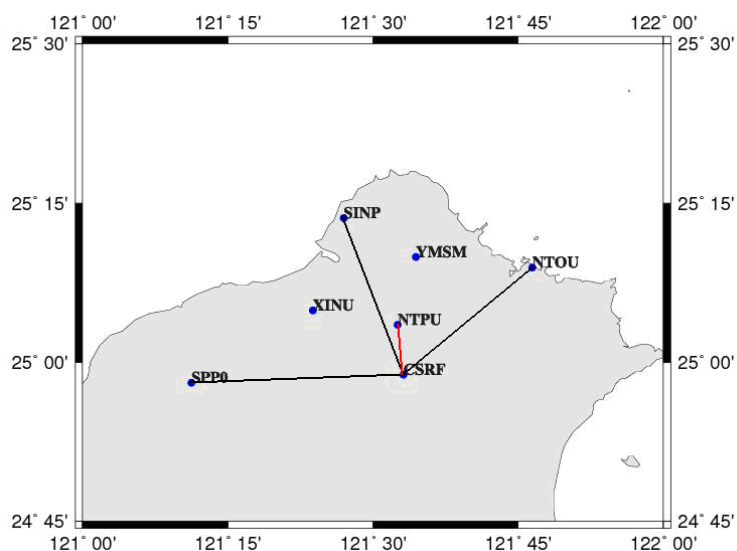


圖 3 測站基線分布圖

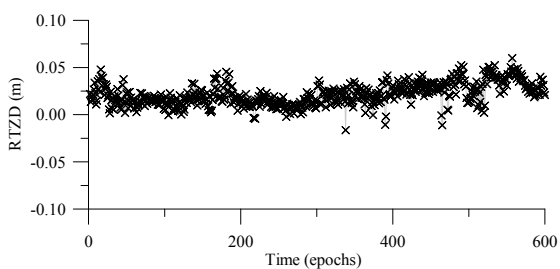


圖 4 RTZD 時間序列(CSRF\_NTOU)

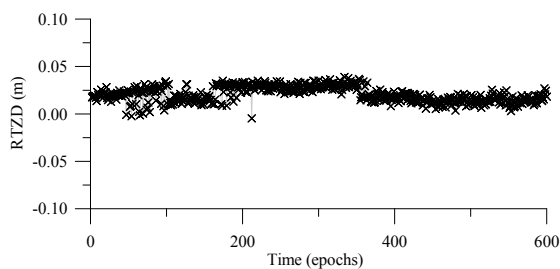


圖 5 RTZD 時間序列(CSRF\_SINP)



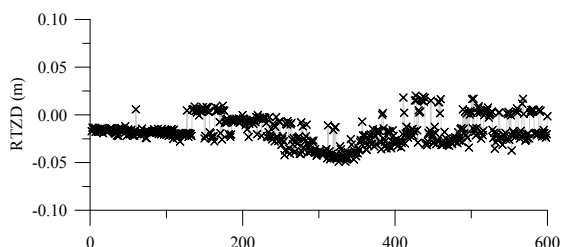


圖 6 RTZD 時間序列(CSRF\_SPP0)

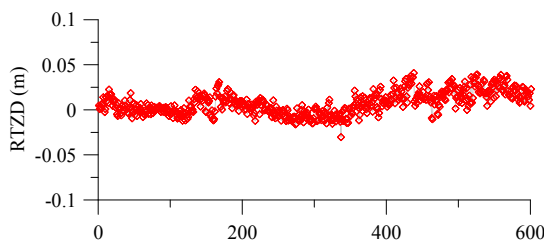


圖 7 RTZD 時間序列(CSRF\_NTPU)

圖 8 為移動站 NTPU 三個坐標分量的定位誤差時間序列。加入內插得到之 RTZD 改正後，南北向定位改變並不顯著，但是在東西向定位及橢球高，皆使定位結果有較高的一致性，並沒有明顯的離群值，證明本方法改正效果是正面的，可使定位結果較為穩定。在相位模稜解算率方面，使用單基線解算，本時段解算成功率約 72%，多參考約 85%。表 3 至表 5 列出三坐標分量定位誤差統計表，內含平均值(Mean)、標準差(Sigma)、均方根誤差(RMSE, Root Mean Square Error)三統計量，根據統計數據，本研究所用之方法(MRS)不僅可降低標準差，提高精密度，更可以提高計算的精確度(見 RMSE)。

SBL	1.53	0.44	-1.46
MRS	1.51	0.44	-1.45

表 4 NTPU 定位誤差統計表 (E)

(cm)	RMSE	Sigma	Mean
SBL	2.97	2.29	-1.89
MRS	1.81	0.34	-1.77

表 5 NTPU 定位誤差統計表 (H)

(cm)	RMSE	Sigma	Mean
SBL	4.88	4.03	2.76
MRS	2.87	1.99	2.86

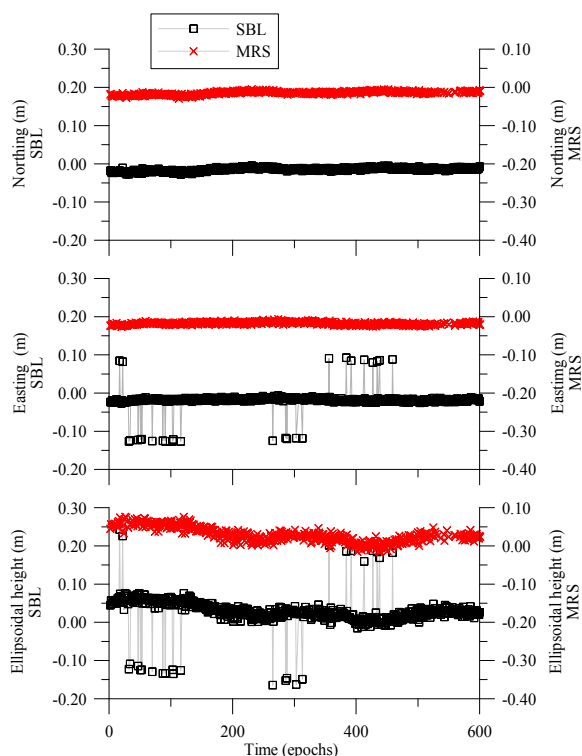


圖 8 NTPU 定位誤差

表 3 NTPU 定位誤差統計表 (N)

(cm)	RMSE	Sigma	Mean
------	------	-------	------

### 3.2 基線 CSRF\_XINU

第二個實驗增加移動站基線長度，觀測時間為 2007 年 4 月 19 日地方時間 17:00 至 17:10；使用參考站：CSRF(主參考站)、SPP0、SINP、NTPU；移動站則為 XINU，基線分佈位置見圖 9，各站儀器列於表 6。實驗時間內觀測衛星約 7~8 顆，GDOP 值約 3.0~3.3。取樣頻率除 CSRF 與 XINU 為 2 Hz 外，其餘皆為 1 Hz，最低觀測仰角 15.0°。各基線長度列於表 7。

圖 10 至圖 12 為參考站間 RTZD 時間序列，與上個時段成果比較，同樣的基線 CSRF\_SINP、CSRF\_SPP0，在本實驗時間段內求解成果較為穩定。可能與當時大氣環境及觀測品質有關。經由內插所得之 RTZD 繪於圖 13。

圖 14 為移動站 XINU 三個坐標分量的定位誤差時間序列。看圖可知，加入內插得到之 RTZD 改正後，定位結果較集中、穩定，有較少的離群值，尤其對高程向定位修正尤其明顯，顯示 RTZD 與高程間應屬高相關。表 8 至表 10 為三坐標分量定位誤差統計表，根據統計數據可知，本研究所提之方



法確實對於定位有所幫助，不僅可以提高精密度(標準差降低)，增加定位的穩定度，更可使定位誤差降低，精確度提升(RMSE 變小)。解算率方面，單基線相位模稜解算率約 83%，多參考站相位模稜解算率約 85%，解算成功率稍有提升。

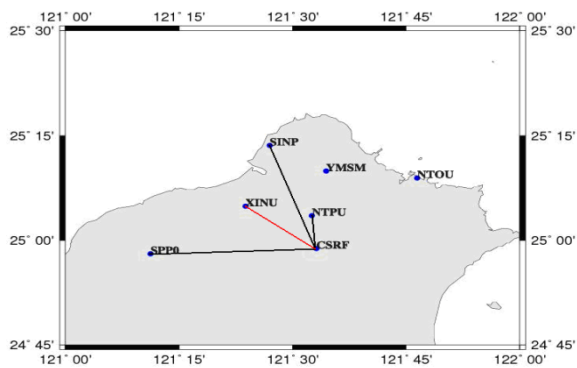


表 6 測站儀器設備

圖 9 測站基線分布圖

位置	接收儀	天線
CSRF	LEICA SR530	LEIAT504
NTPU	LEICA SR530	LEIAT504
SINP	LEICA SR530	LEIAT502
SPP0	LEICA SR530	LEIAT502
XINU	LEICA GRX1200PRO	LEIAX1202

表 7 各基線長度

	CSRF_NTPU	CSRF_SINP	CSRF_SPP0	CSRF_XINU
基線長度 (km)	8.8	29.2	36.9	19.3

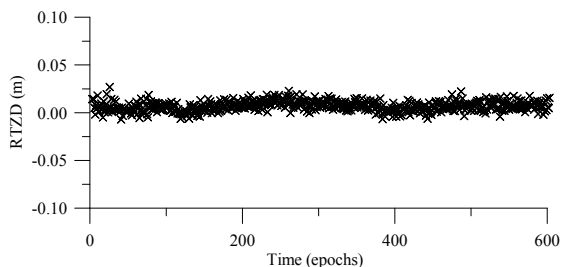


圖 10 RTZD 時間序列(CSRF\_NTPU)

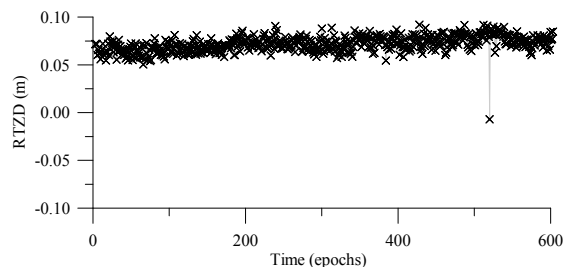


圖 12 RTZD 時間序列(CSRF\_SPP0)

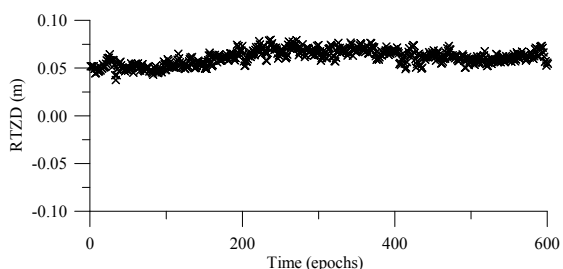


圖 11 RTZD 時間序列(CSRF\_SINP)

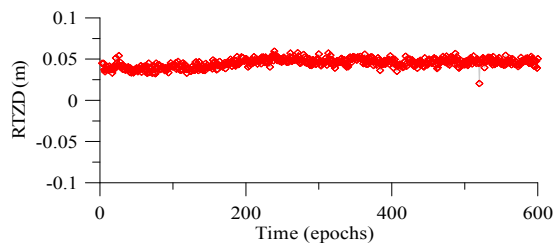
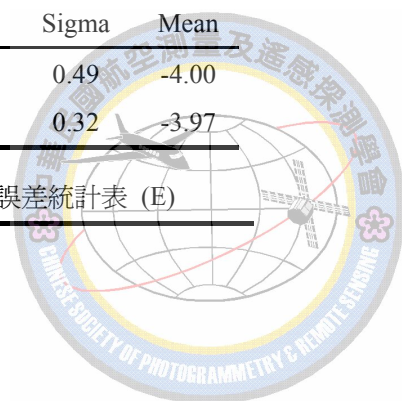


圖 13 RTZD 時間序列(CSRF\_XINU)

表 8 XINU 定位誤差統計表-(N)

(cm)	RMSE	Sigma	Mean
SBL	4.02	0.49	-4.00
MRS	3.98	0.32	-3.97

表 9 XINU 定位誤差統計表 (E)





(cm)	RMSE	Sigma	Mean
SBL	5.10	0.94	-5.01
MRS	4.16	0.46	-4.14

表 10 XINU 定位誤差統計表 (H)

(cm)	RMSE	Sigma	Mean
SBL	9.38	2.32	-9.10
MRS	1.37	1.29	-0.46

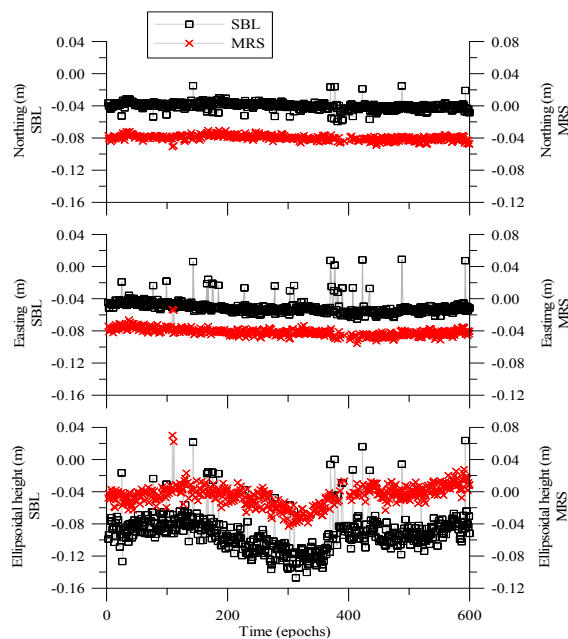


表 11 測站儀器設備

位置	接收儀	天線
CSRF	LEICA SR530	LEIAT504
NTPU	LEICA SR530	LEIAT504
SINP	LEICA SR530	LEIAT502
SPP0	LEICA SR530	LEIAT502
YMSM	TPSODYSEY_E	TPSCR3_GGD
XINU	LEICA GRX1200PRO	LEIAX1202

圖 14 XINU 定位誤差

表 12 各基線長度

	NTPU_CSRF	NTPU_SINP	NTPU_SPP0	NTPU_YMSM	NTPU_XINU
基線長度 (km)	8.8	20.8	37.2	12.3	12.3

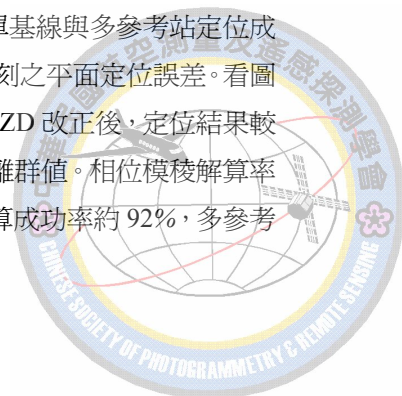
### 3.3 基線 NTPU\_XINU

第三個實驗測試基線 NTPU\_XINU，觀測時間為 2007 年 4 月 15 日地方時間 23:35 至 23:40；使用參考站：NTPU(主參考站)、CSRF、SPP0、SINP、YMSM；基線分佈位置見圖 15，各站儀器列於表 11。實驗時間內觀測衛星約 7~8 顆，GDOP 值約 3.0~3.3。取樣頻率除 CSRF 與 XINU 為 2 Hz 外，其餘皆為 1 Hz，最低觀測仰角 15.0°。各基線長度列於表 12。

圖 16 至圖 19 為參考站間 RTZD 時間序列，可以明顯看到基線 NTPU\_SPP0 及 NTPU\_YMSM 解

算成果較不穩定，推測原因可能是 NTPU 制 SPP0 基線長度較長(37.2 km)，而 NTPU 與 YMSM 兩站高程差異較大，NTPU 站橢球高約 60.9 m，而 YMSM 站橢球高約 784.0 m，導致計算 RTZD 結果欠佳。經由內插所得之 RTZD 見圖 20。

圖 21 為移動站 XINU 東西向及南北向兩坐標分量的定位誤差時間序列；圖 22 為橢球高定位誤差時間序列；圖 23 展繪單基線與多參考站定位成果所有通過判別檢定的時刻之平面定位誤差。看圖可知，加入內插得到之 RTZD 改正後，定位結果較穩定，比較少出現明顯的離群值。相位模稜解算率方面，單基線相位模稜解算成功率約 92%，多參考



站解算成功率約 80%，雖成功率較低，但在圖 23 所展繪的平面定位誤差中，可以明顯看出使用傳統單基線方法雖然通過判別檢定，整數仍有較誇張的錯誤情況出現，而經過 RTZD 改正後，減少了相位模稜搜尋時判別檢定的錯誤。表 13 至表 15 為三坐標分量定位誤差統計表，雖然定位精確度改進的量不大，但是與前兩實驗相同，經多參考站改正 RTZD 後，定位結果較具一致性，精密度比較好。

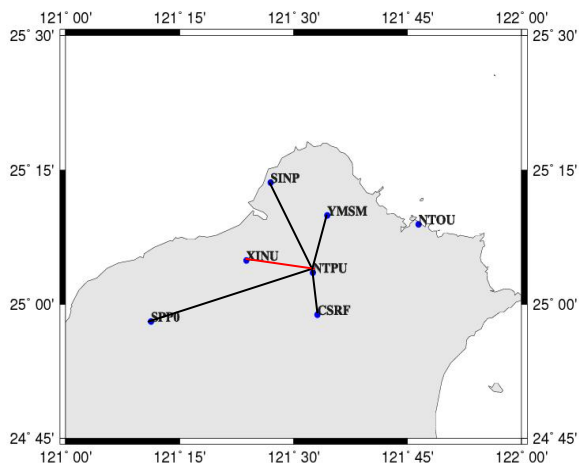


圖 15 測站基線分布圖

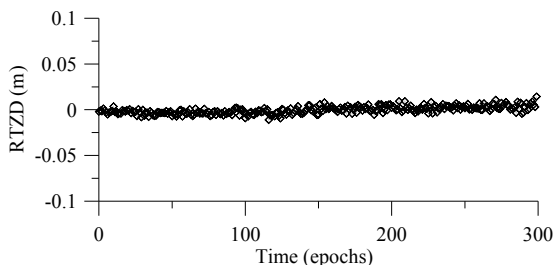


圖 16 RTZD 時間序列(NTPU\_CSRF)

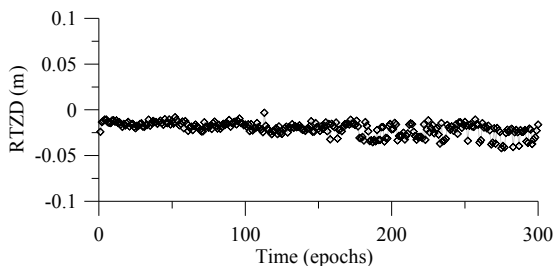


圖 17 RTZD 時間序列(NTPU\_SINP)

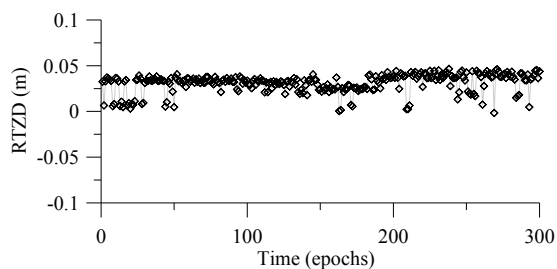


圖 18 RTZD 時間序列(NTPU\_SPPU)

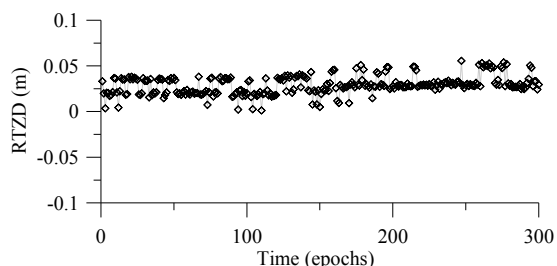


圖 19 RTZD 時間序列(NTPU\_YMSM)

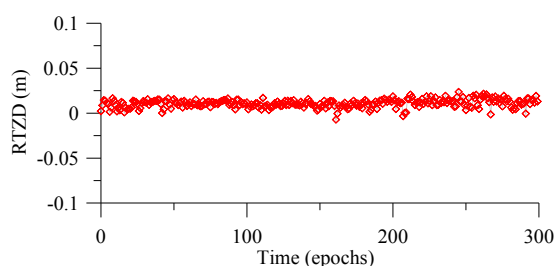


圖 20 RTZD 時間序列(NTPU\_XINU)

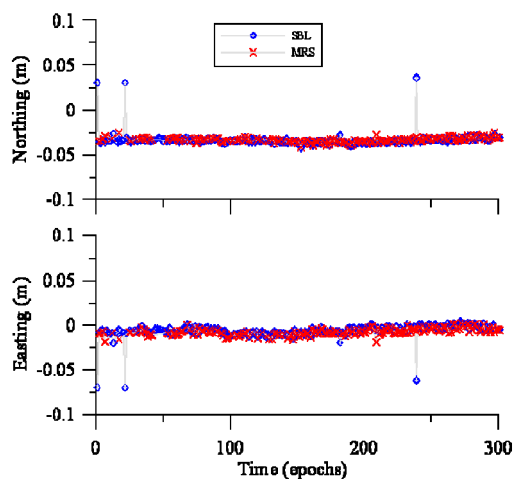


圖 21 XINU 平面定位誤差

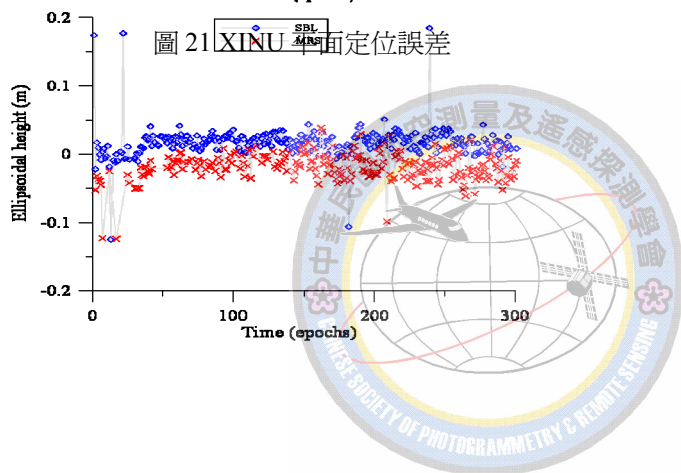


圖 22 XINU 高程定位誤差

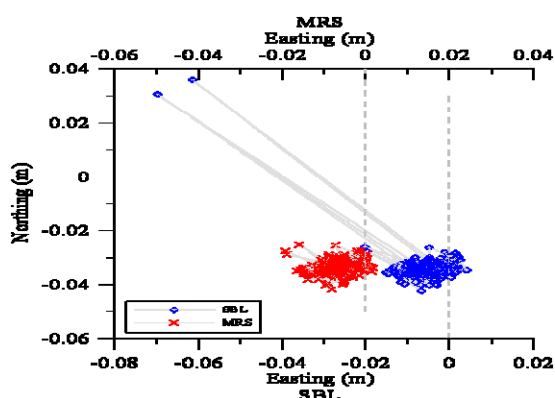


圖 23 XINU 定位誤差平面圖

表 13 XINU 定位誤差統計表(N)

(cm)	RMSE	Sigma	Mean
SBL	3.44	0.73	-3.37
MRS	3.38	0.26	-3.37

表 14 XINU 定位誤差統計表(E)

(cm)	RMSE	Sigma	Mean
SBL	0.98	0.74	-0.65
MRS	0.82	0.37	-0.73

表 15 XINU 定位誤差統計表(H)

(cm)	RMSE	Sigma	Mean
SBL	2.93	2.34	1.74
MRS	2.76	2.04	-1.87

## 4. 結論

在參考站間相位模稜解算中，電離層虛擬觀測方程式的加入，可以解決電離層效應的影響，再搭配無電離層線性組合，與對流層虛擬觀測方程式，可以成功獲得兩測站間的 RTZD，其關鍵在於方差分量估計的使用，藉由殘差調整不同類別觀測的方差，可以縮小相位模稜整數搜尋域，成功解算相位模稜。

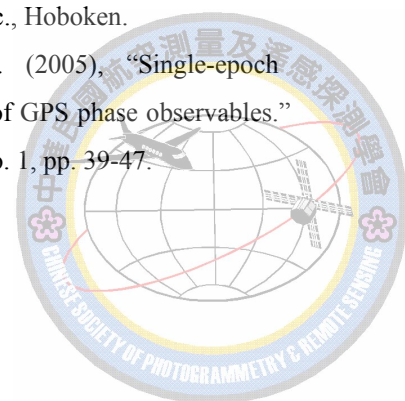
利用多參考站模式化 RTZD 可改善該區域內移動站動態定位精度，對於高程精度改善效果較為明顯。解算時不論使用之時刻多寡，每一時刻各有一 RTZD，內插改正數時亦為每一時刻單獨內插，

於短基線應用時可達到單時刻定位。中長距離基線可於三個時刻內達到公分級定位精度，較不受週波脫落及資料中斷影響。

研究中受限於參考站數目，只能使用簡單的線性內插模式，事實上，對流層在空間中變化並非僅一線性平面可表示，若參考站數目多，可嘗試使用較複雜的曲面函式，或最小二乘配置，預估值應會更為準確，並提升定位精度。

## 參考文獻

- 黃昭銘，「消去 GPS 相位模稜 OTF 相對定位之研究」，碩士論文，國立中央大學土木工程研究所，中壢(2001)。
- Crocetto, N., Gatti, M., and Russo, P. (2000), "Simplified formulae for the BIQUÉ estimation of variance components in disjunctive observation groups." *Journal of Geodesy*, Vol. 74, No. 6, pp. 447-457.
- Dai, L., Han, S., Wang, J., and Rizos, C. (2003), "Comparison of interpolation algorithms in network-based GPS techniques." *Navigation*, Vol. 50, No. 4, pp. 277-293.
- Goad, C. C. and Yang, M. (1997), "A new approach to precision airborne GPS positioning for photogrammetry." *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, Vol. 63, No. 9, pp. 1067-1077.
- Hu, G. R., Khoo, H. S., Goh, P. C., and Law, C. L. (2003), "Development and assessment of GPS virtual reference stations for RTK positioning." *Journal of Geodesy*, Vol. 77, No. 5-6, pp. 292-302.
- Leick, A. (2004), *GPS satellite surveying*, 3rd edition. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken.
- Wu, J. and Yeh, T. F. (2005), "Single-epoch weighting adjustment of GPS phase observables." *Navigation*, Vol. 52, No. 1, pp. 39-47.



# Research on GPS Kinematic Positioning with Multiple Reference Stations

Kang-Wen Chu<sup>1</sup> Joz Wu<sup>2</sup> Chi-Hsiu Hsieh<sup>3</sup>

## ABSTRACT

The distance-dependent GPS errors, notably atmospheric refraction, reduce the success rate of epoch-by-epoch ambiguity resolution, and limit the GPS positioning accuracy, especially for medium- to long-range baselines. Using multiple reference stations to model (or interpolate) the distance-dependent biases between the reference station and a rover can extend the distance or improve the positioning accuracy. The objective of this research is to find out the relative tropospheric zenith delays (RTZD) between different reference stations by using known coordinates and to provide rovers with interpolated corrections for more precise positioning. The project consists of three major steps: (1) finding out the RTZDs between reference stations, (2) modeling the RTZDs; (3) kinematic positioning. In the first step, a pseudo observation equation of RTZD is added in order to reduce the impact of RTZD on ambiguity resolution. In the second step, different model is used according to the numbers of reference stations. These two steps are the emphases of this investigation. The proposed method needs only one to three epochs to resolve ambiguities, so the effects of cycle slip or data gap are not very serious. A multiple reference stations network located in north Taiwan is used in this research. There are six permanent GPS stations in this network. Test result indicates that if the RTZDs between different reference stations can be resolved successfully, and a proper interpolation model is used, it is possible to improve the positioning accuracy.

**Keywords:** Multiple reference stations, GPS kinematic positioning, Tropospheric zenith delay

<sup>1</sup> Graduate Student, Department of Civil Engineering, National Central University

<sup>2</sup> Professor, Center for Space and Remote Sensing Research, National Central University

<sup>3</sup> Ph. D. Candidate, Department of Civil Engineering, National Central University

